Lycée 9-Avril-1938
Sidi Bouzid Le 9-11-2005

Devoir de contrôle N°1
Durée: 2 heures

Exercice N°1:

On définie la suite U sur IN par: $\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = \dfrac{3+2u_n}{8} \end{cases}$, n∈IN.

1- Montrer que pour tout n∈IN on a: $U_n < \frac{1}{2}$
2- Calculer U_1, U_2. Vérifier que la suite U n'est ni arithmétique ni géométrique
3- On définie la suite V sur IN par: $V_n=1-2U_n$
   a) Montrer que la suite V est géométrique dont-on précisera sa raison et son premier terme
   b) Calculer V_n puis U_n en fonction de n
   c) Donner la limite de V_n puis U_n quant n tend vers $+\infty$
   d) Calculer en fonction de n. $S_1 = \sum_{k=1}^{n} v_k$ puis $S_2 = \sum_{k=1}^{n} u_k$

Exercice N°2:

1- Soit f la fonction définie par: $f(x)=\dfrac{x^2-2x+3}{x-1}$
   a) Donner le domaine de définition de f
   b) Calculer $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$, f admet elle une limite en 1?
2- Soit $g(x)=f(x)-(x-1)$
   a) Montrer que $g(x) = \dfrac{2}{x-1}$. Calculer alors $\lim\limits_{x\to -\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)$
   b) Déduire $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$
3- Soit h la fonction définie par: $\begin{cases} \dfrac{x^2-2x+3}{x-1} & si\ x \le 0 \\ ax+b & si\ 0 < x \le 1 \\ x^2-3x+2 & si\ x > 1 \end{cases}$

   Déterminer les valeurs de a et b pour que h admet une limite en 0 et une limite en 1

Exercice N°3:

Soient $S=\cos\frac{\pi}{12}+\sin\frac{\pi}{12}$ et $P=\sin\frac{\pi}{12}\cdot\cos\frac{\pi}{12}$

1- Montrer que $P=\frac{1}{4}$ (On pourra utiliser $\sin 2x=2\sin x.\cos x$)
2- Montrer que pour tout réel x on a: $\cos x+\sin x=\sqrt{2}\cos(x-\frac{\pi}{4})$. Déduire que: $S=\frac{\sqrt{6}}{2}$
3- a) Vérifier que $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$ sont solutions de l'équation (E): $x^2-\frac{\sqrt{6}}{2}x+\frac{1}{4}=0$
   b) Résoudre l'équation (E) puis donner les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$
   a) Vérifier que: $tg(\frac{\pi}{12})=2-\sqrt{3}$
   b) Transformer en $r\cos(x-\varphi)$ l'expression: $A=\cos x+(2-\sqrt{3})\sin x$